

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖЕЛЕЗОРУДНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

Аннотация

Показано, что в основе существующих методов определения теплофизических характеристик материалов использованы те или иные решения задачи теплопроводности без учета внутренних источников теплоты. Поэтому такие методы позволяют определять только эффективные значения теплофизических характеристик материала, справедливые для конкретных условий их термообработки. В данной работе рассмотрена новая методика, позволяющая определять (при известных расчетных значениях теплоемкости и плотности материала) зависимость от температуры нагрева (охлаждения) пяти теплофизических параметров: коэффициентов температуро- и теплопроводности, мощности внутренних источников теплоты, а также эффективных величин теплопроводности и температуропроводности.

Ключевые слова: теплофизические свойства; методика; теплоемкость; плотность; коэффициенты тепло- и температуропроводности; железорудный материал; начальные условия; граничные условия; дифференциальные уравнения.

Abstract

It is shown that the existing methods for determining the thermal properties of materials used for solving the problem of heat conduction without internal heat sources. Therefore, these techniques allow the determination only effective thermophysical characteristics of the material, which are valid for the specific conditions of heat treatment. In this paper we consider a new technique that allows to determine (under certain calculated values of the heat capacity and density of the material) temperature dependence of the heating (cooling) five thermal parameters: temperature coefficient and thermal conductivity, heat capacity of internal sources, as well as the effective values of thermal conductivity and thermal diffusivity.

Keywords: thermophysical properties; methodology; specific heat; density; coefficients of thermal conductivity and thermal diffusivity; iron material; initial conditions; boundary conditions; differential equations.

Введение. Нагрев железорудных материалов связан с протеканием сложных физико-химических процессов, таких как окисление и восстановление оксидов железа, разложение

карбонатов, изменение пористости и прочности, образование новых химических соединений и другими, многие из которых сопровождаются выделением или поглощением теплоты [1–4]. Методы определения теплофизических характеристик таких материалов освещены в литературе достаточно широко [5–7]. В основу этих методов положены, как правило, те или иные решения задачи теплопроводности без учета внутренних источников теплоты, возникающих в теле изучаемого образца в случае сопровождения процесса нагрева (охлаждения) различными термохимическими или фазовыми превращениями, что характерно для железорудных материалов. По этой причине такие методы позволяют определять только эффективные, или кажущиеся, значения теплофизических характеристик, адекватно отражающих свойства материала лишь в данных, конкретных условиях термообработки, так как при наличии внутренних источников теплоты определяемые значения существенно зависят от скорости нагрева, формы и размеров образца.

Учет влияния внутренних источников теплоты на определяемые значения теплофизических характеристик может быть осуществлен только при использовании соответствующих решений задачи теплопроводности. В основу рассмотренного ниже метода определения комплекса теплофизических характеристик железорудных материалов положено решение задачи теплопроводности с внутренними источниками теплоты при симметричных условиях нагрева первого рода, справедливое для тел простейшей формы (неограниченной пластины, бесконечного цилиндра, шара).

Постановка задачи и разработка методики. При решении задачи сделаны следующие допущения:

- начальная температура тела распределена по параболе

$$t(r, 0) = t_{\Pi}^0 - \Delta t_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right),$$

где r – координата точки тела, равная расстоянию до точки от плоскости, оси, центра симметрии тела, м; R – координата точки поверхности тела, м; t_{Π}^0 – начальная температура поверхности, $^{\circ}\text{C}$; Δt_0 – разность температур на поверхности и в центре тела, $^{\circ}\text{C}$;

- температура поверхности тела в процессе нагрева изменяется линейно

$$t_{\Pi} = t_{\Pi}^0 + b\tau,$$

где b – скорость нагрева (по температуре поверхности), $^{\circ}\text{C}/\text{с}$; τ – время нагрева тела, с;

- теплофизические характеристики тела не зависят от температуры, координаты и времени (теплоемкость $c = \text{const}$, Дж/(кг·К), коэффициент теплопроводности $\lambda = \text{const}$, Вт/(м·К), плотность $\rho = \text{const}$, кг/м³, мощность внутренних источников теплоты $W = \text{const}$, Вт/м³).

При разбиении процесса нагрева (охлаждения) образца на участки (интервалы), где принятые допущения приблизительно справедливы, использование этого решения позволяет определять ряд теплофизических характеристик, в том числе мощность внутренних источников теплоты.

В соответствии с принятыми допущениями и обозначениями исходное дифференциальное уравнение задачи теплопроводности будет иметь вид:

$$\frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left[\frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2\nu + 1}{r} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right] + \frac{W}{c\rho} \quad (1)$$

с начальным условием

$$t(r, 0) = t_{\text{н}}^0 - \Delta t_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

и граничным условием

$$t(R, \tau) = t_{\text{н}}^0 + b\tau,$$

где $\nu = -0,5$ для пластины; $\nu = 0$ для цилиндра; $\nu = 0,5$ для шара; $a = \lambda / (c\rho)$ – коэффициент температуропроводности тела, $\text{м}^2/\text{с}$.

Введем безразмерные критерии следующего вида:

безразмерная температура

$$\Theta = [t(r, \tau) - t_{\text{н}}^0 - b\tau] / \Delta t_0;$$

безразмерное время (критерий Фурье)

$$\tau^* = a\tau / R^2;$$

безразмерная координата

$$\varepsilon = r / R;$$

критерий Предводителя

$$Pd = bR^2 / (a\Delta t_0);$$

критерий Померанцева

$$Po = WR^2 / (\lambda \Delta t_0).$$

Преобразуя выражение (1) с помощью введенных критериев к безразмерному виду, получим уравнение:

$$\frac{\partial \Theta(\varepsilon, \tau^*)}{\partial \tau^*} = \frac{\partial^2 \Theta(\varepsilon, \tau^*)}{\partial \varepsilon^2} + \frac{2\nu + 1}{\varepsilon} \frac{\partial \Theta(\varepsilon, \tau^*)}{\partial \varepsilon} + Po - Pd \quad (2)$$

с начальным условием

$$\Theta(\varepsilon, 0) = -(1 - \varepsilon^2)$$

и граничным условием

$$\Theta(1, \tau^*) = 0.$$

Решение задачи получено с помощью интегрального преобразования Лапласа [8]. После соответствующих преобразований и упрощений получено выражение

$$\bar{\Theta}(x, S) = \frac{Pd - Po - 4(\nu + 1)}{S^2} \frac{(\sqrt{S})^\nu}{I_\nu(\sqrt{S})} x^{-\nu} I_\nu(x) - \frac{Pd - Po + s - x^2 - 4(\nu + 1)}{S^2}, \quad (3)$$

где $\bar{\Theta} = \bar{\Theta}(\varepsilon, S)$ – изображение функции $\Theta(\varepsilon, \tau^*)$ по Лапласу; S – параметр преобразования по Лапласу; $x = \varepsilon\sqrt{S}$ – переменная; I_ν – модифицированная функция Бесселя.

Отсюда, заменяя $x = \varepsilon\sqrt{S}$, легко получить

$$\bar{\Theta}(\varepsilon, S) = \frac{[Pd - Po - 4(\nu + 1)]\varepsilon^{-\nu} I_{\nu}(\varepsilon\sqrt{S})}{S^2 I_{\nu}(\sqrt{S})} - \frac{1 - \varepsilon^2}{S} - \frac{Pd - Po - 4(\nu + 1)}{S^2}. \quad (4)$$

Найденная функция $\bar{\Theta}(\varepsilon, S)$ является изображением функции безразмерной температуры $\Theta(\varepsilon, \tau^*)$ по Лапласу.

С помощью известных формул обращения изображений рациональных функций, выражаемых отношениями полиномов от S [8], из выражения (4) получено искомое решение безразмерного уравнения (2):

$$\Theta(\varepsilon, \tau^*) = \frac{Pd - Po}{4(\nu + 1)} [\varepsilon^2 - 1 + \Phi_{\nu}(\varepsilon, \tau^*)] - \Phi_{\nu}(\varepsilon, \tau^*), \quad (5)$$

где $\Phi_{\nu}(\varepsilon, \tau^*) = 4(\nu + 1)\varepsilon^{-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_{\nu}(\mu_n, \varepsilon)}{\mu_n^3 J_{\nu+1}(\mu_n)} \exp(-\mu_n^2 \tau^*)$; J_{ν} – функция Бесселя первого рода; μ_n – корни уравнения $J_{\nu}(\mu) = 0$.

В дальнейшем будет удобнее иметь дело с функцией $\Theta_1 = -\Theta$. Назначая ν соответствующие значения, получим выражение для безразмерной температуры Θ_1 конкретных тел.

Неограниченная пластина ($\nu = -0,5$):

$$\Theta_1(\varepsilon, \tau^*) = \frac{Pd - Po}{2} [1 - \varepsilon^2 - \Phi_1(\varepsilon, \tau^*)] + \Phi_1(\varepsilon, \tau^*), \quad (6)$$

где $\Phi_1(\varepsilon, \tau^*) = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos(\mu_n \varepsilon)}{\mu_n^3} \exp(-\mu_n^2 \tau^*)$; $\mu_n = \frac{(2n-1)\pi}{2}$.

Бесконечный цилиндр ($\nu = 0$):

$$\Theta_1(\varepsilon, \tau^*) = \frac{Pd - Po}{4} [1 - \varepsilon^2 - \Phi_2(\varepsilon, \tau^*)] + \Phi_2(\varepsilon, \tau^*), \quad (7)$$

где $\Phi_2(\varepsilon, \tau^*) = 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n, \varepsilon)}{\mu_n^3 J_1(\mu_n)} \exp(-\mu_n^2 \tau^*)$; μ_n – корни уравнения $J_0(\mu) = 0$.

Шар ($\nu = 0,5$):

$$\Theta_1(\varepsilon, \tau^*) = \frac{Pd - Po}{6} [1 - \varepsilon^2 - \Phi_3(\varepsilon, \tau^*)] + \Phi_3(\varepsilon, \tau^*), \quad (8)$$

где $\Phi_3(\varepsilon, \tau^*) = 12 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sin(\mu_n, \varepsilon)}{\varepsilon \mu_n^3} \exp(-\mu_n^2 \tau^*)$; $\mu_n = n\pi$.

Методику определения комплекса теплофизических характеристик рассмотрим на примере образца цилиндрической формы. При длине образца $6R$ его можно считать практически бесконечным (погрешность расчета температуры нагрева при таком допущении не превышает 0,2 % [9]). При экспериментальных исследованиях цилиндр также наиболее удобен, так как в необходимых точках легко установить термопары и обеспечить симметрию нагрева.

На рис. 1 изображены графики экспоненциального полинома $\Phi_2(\varepsilon, \tau^*)$, входящего в формулу (7) для расчета температуры Θ_1 в бесконечном цилиндре.

Введем в рассмотрение критерий P по определению

$$P = \frac{Pd - Po}{4}. \quad (9)$$

При этом выражение (7) для Θ_1 можно записать в следующей форме:

$$\Theta_1 = A + BP,$$

где $A = \Phi_2(\varepsilon, \tau^*)$; $B = 1 - \varepsilon^2 - \Phi_2(\varepsilon, \tau^*)$.

Придавая ε и τ^* фиксированные значения, можно получить графики зависимости Θ_1 от P , которые будут представлять собой прямые линии. Построение легко осуществить, если учесть, что при $P = 1$

$$\Theta_1 = A + B = 1 - \varepsilon^2,$$

а при $P = 0$

$$\Theta_1 = \Phi_2(\varepsilon, \tau^*).$$

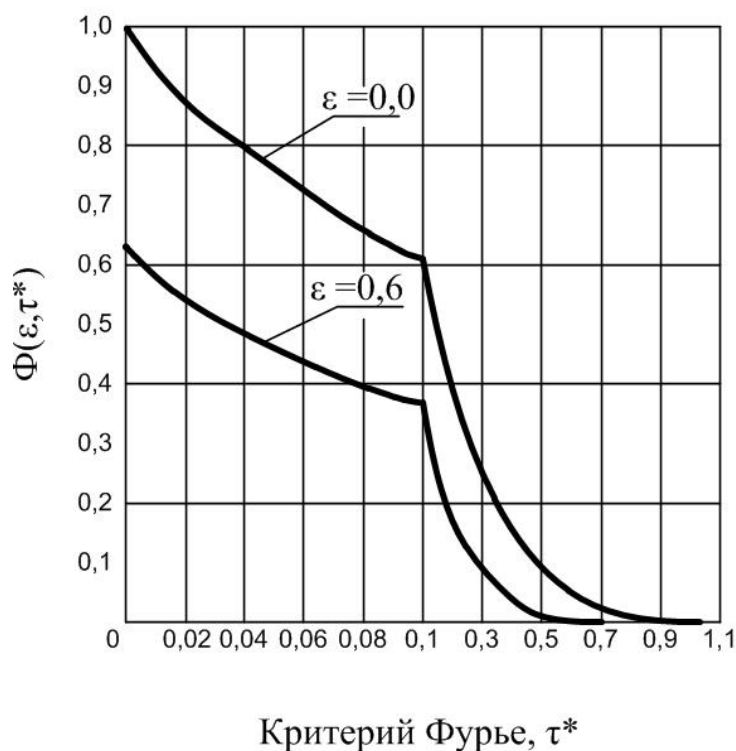


Рис. 1. Графики экспоненциального полинома $\Phi(\varepsilon, \tau^*)$

Примем для ε значения 0,0 и 0,6, а для τ^* – ряд значений (0,02;0,04;...) по рис. 1. Найдем значения $\Phi_2(\varepsilon, \tau^*)$ и по двум известным точкам построим прямые линии соответствующих зависимостей Θ_1 от P . Для $\varepsilon = 0,0$ и $\varepsilon = 0,6$ графики приведены на рисунках 2 и 3 соответственно.

Определение теплофизических характеристик начинается с обработки данных опыта по нагреву цилиндрического образца от состояния 1 до состояния 2 со скоростью $b, ^\circ\text{C}/\text{с}$. Температурные измерения проводят в трех точках: при $\varepsilon = 0,0$, $\varepsilon = 0,6$ и $\varepsilon = 1,0$. Определяют разность температур Δt_0 на поверхности и в центре образца в начале нагрева, безразмерные температуры $\vartheta_1 = \Theta_1(\varepsilon = 0; \tau^*)$ и $\vartheta_2 = \Theta_1(\varepsilon = 0,6; \tau^*)$ в конце нагрева, а также скорость нарастания температуры \mathbf{b} и время опыта τ .

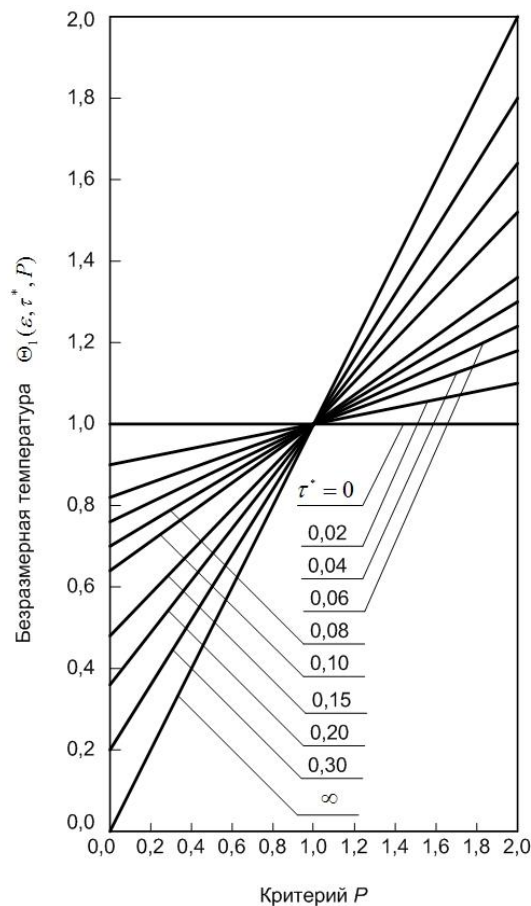


Рис. 2. Зависимость безразмерной температуры Θ_1 от величины критерия P для ряда значений критерия Фурье τ^* при $\varepsilon = 0$

На графиках (см. рис. 2 и 3) проводят горизонтальные линии с ординатами ϑ_1 и ϑ_2 соответственно. Точки пересечения этих прямых с линиями графиков дадут зависимости $P = f(\tau^*)$ при $\varepsilon = 0,0$ и $\varepsilon = 0,6$. Далее графики этих зависимостей должны быть построены в единых координатах P, τ^* , как показано на рисунке 4. По точке пересечения этих графиков находят значения P_1 и τ_1^* , являющиеся решением системы уравнений:

$$\vartheta_1 = \Theta_1(\varepsilon = 0,0; \tau^*; P);$$

$$\vartheta_2 = \Theta_2(\varepsilon = 0,6; \tau^*; P).$$

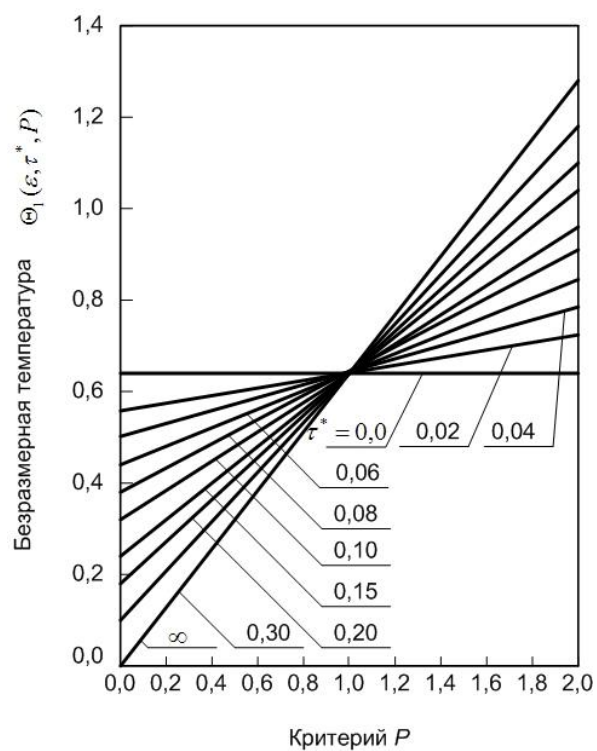


Рис. 3. Зависимость безразмерной температуры Θ_1 от величины критерия P для ряда значений критерия Фурье τ^* при $\varepsilon = 0,6$

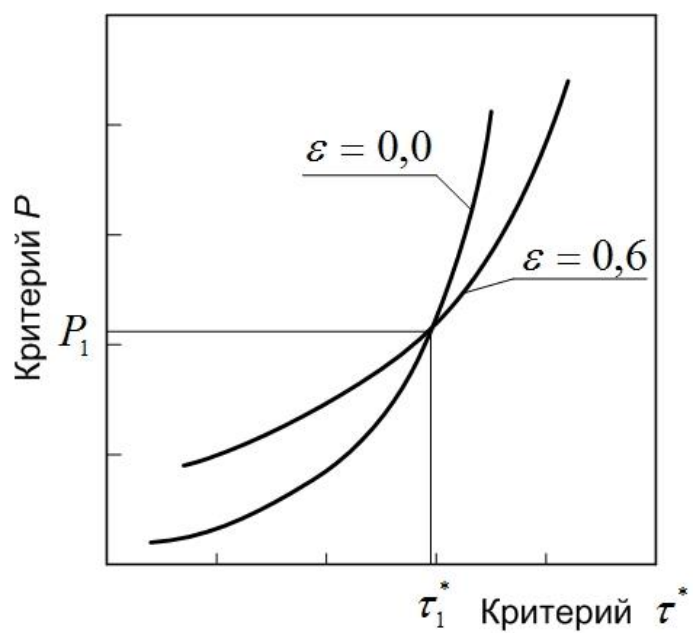


Рис. 4. Определение критериев P_1 и τ_1^* по точке пересечения графиков $P = f(\tau^*, \varepsilon)$ при $\varepsilon = 0$ и $\varepsilon = 0,6$

Далее рассчитывают критерий Po и мощность внутренних источников теплоты. Для этого критерий Pd представим в виде

$$Pd = \frac{b\tau}{\Delta t_0 \tau^*}, \quad (10)$$

так как $\tau^* = a\tau/R^2$.

Определенное значение τ^* (равное τ_1^*) позволяет вычислить критерий Pd по формуле (10), а из формулы (9) найти Po и затем W . Окончательно имеем:

$$Po = Pd - 4P; \quad (11)$$

$$W = (Pd - 4P) \frac{\Delta t_0}{R^2} \lambda, \text{ Вт/м}^3. \quad (12)$$

Выражение (12) следует из определения критерия Po . Из уравнения $\tau^* = a\tau/R^2$ определяют коэффициент температуропроводности образца:

$$a = \frac{\tau^*}{\tau} R^2, \text{ м}^2/\text{с}. \quad (13)$$

Необходимо отметить, что методика наиболее эффективна в том случае, когда физическая теплоемкость материала образца c и его плотность ρ измерены ранее (каким-либо иным способом) или рассчитаны (например, по известным правилам аддитивности). Тогда теплопроводность образца определим по формуле

$$\lambda = ac\rho, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}. \quad (14)$$

Далее по формуле (12) рассчитывают мощность внутренних источников теплоты.

Используя формулу (7), можно определить также эффективные характеристики образца (теплоемкость и коэффициент температуропроводности). Если внутренние источники теплоты отсутствуют, то $Po = 0$ (так как $W = 0$) и $P = Pd$. Будем далее считать, что внутренних источников теплоты нет. Тогда в общем случае $P = Pd_{\text{эфф}}$. Введем критерий $Q = \frac{b\tau}{4\Delta t_0}$. Тогда

$Pd_{\text{эфф}} = 4Q/\tau_{\text{эфф}}^*$, как это следует из выражения (10). Выражение (7) можно записать в форме:

$$\Theta_1 = A + B \frac{Q}{\tau_{\text{эфф}}^*}. \quad (15)$$

Из этой формулы видно, что при $Q = \tau_{\text{эфф}}^*$ величина $\Theta_1 = A + B = 1 - \varepsilon^2$. При $Q = 0$ имеем, как и ранее, $\Theta_1 = A$. Это позволяет с помощью рис.1 построить графики зависимостей $\Theta_1(\varepsilon = 0,0)$ от Q , которые и приведены на рисунке 5. Определив из опыта $\Theta_1(\varepsilon = 0,0) = \vartheta_1$, проводим горизонтальную линию с ординатой ϑ_1 на рис. 5. Рассчитываем критерий $Q = \frac{b\tau}{4\Delta t_0}$ и по рис. 5 находим $\tau_{\text{эфф}}^*$.

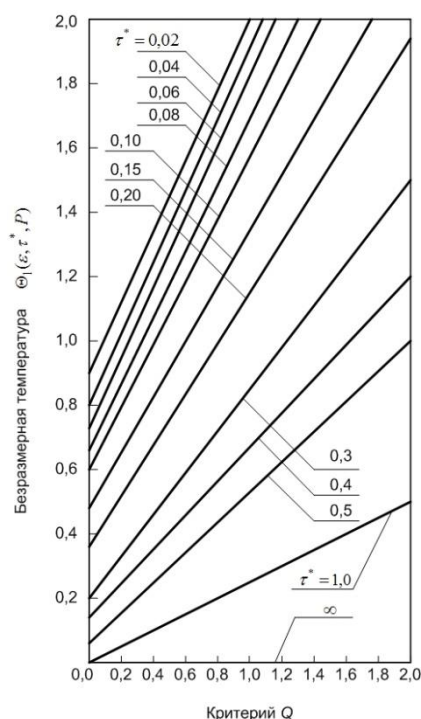


Рис. 5. Зависимость безразмерной температуры Θ_1 от величины критерия Q для ряда значений критерия Фурье τ^* при $\varepsilon = 0$

По определенной величине $\tau_{\text{эфф}}^*$ рассчитываем эффективный коэффициент теплопроводности

$$a_{\text{эфф}} = \frac{\tau_{\text{эфф}}^*}{\tau} R^2 \quad (16)$$

и эффективную теплоемкость

$$c_{\text{эфф}} = \frac{\lambda}{a_{\text{эфф}} \rho}. \quad (17)$$

Полученные по формулам (12)–(14) и (16)–(17) значения теплофизических характеристик должны быть отнесены к температуре, средней по массе образца на данном интервале нагрева (охлаждения).

Практически вполне приемлемо считать, что средняя температура образца на интервале нагрева $t_{\text{ср}}$ равна среднему арифметическому от средних температур образца в начале $t_{\text{ср1}}$ и конце $t_{\text{ср2}}$ нагрева:

$$t_{\text{ср}} = \frac{t_{\text{ср1}} + t_{\text{ср2}}}{2}. \quad (18)$$

Аппроксимируя как начальное, так и конечное распределение температур параболой, получим:

$$t_{\text{ср},i} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \left[t_{\text{п},i} - \Delta t_{0,i} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right] 2\pi r dr,$$

где t_n – температура на поверхности; Δt_0 – разность температур поверхности и центра; $i=1,2$ (начало и конец нагрева).

Интегрируя последнее выражение и учитывая (18), получим:

$$t_{\text{ср}} = \frac{t_{n1} + t_{n2}}{2} - \frac{\Delta t_{01} + \Delta t_{02}}{4}. \quad (19)$$

Разбивая процесс нагрева (охлаждения) на интервалы, где скорость нагрева по температуре поверхности приблизительно постоянна, и проводя указанные выше определения и вычисления, можно построить графики зависимости $a, \lambda, W, a_{\text{эфф}}, c_{\text{эфф}}$ от температуры.

Выводы

1. В работе рассмотрена новая методика, позволяющая определять зависимость от температуры большого набора теплофизических характеристик материалов, включая и мощность внутренних источников теплоты.
2. В результате использования адекватного решения задачи теплопроводности в значительной мере устраняется влияние внутренних источников теплоты на величину определяемых теплофизических характеристик. В итоге это обеспечивает более высокую точность расчетов с использованием теплофизических параметров в широком диапазоне изменения определяющих характеристик процесса (скорости нагрева, формы и размеров тела и др.).

Список использованных источников

1. Горбачев В. А., Абзалов В. М., Юрьев Б. П. Кристаллохимическое превращение магнетита в гематит в железорудных окатышах // Известия вузов. Черная металлургия, 2007. № 4. С. 27–30.
2. Абзалов В. М., Клейн В. И., Юрьев Б. П. Исследование процесса окисления при обжиге окатышей Качканарского ГОКа // Известия вузов. Черная металлургия, 2007. № 8. С. 10–14.
3. Юрьев Б. П. Методика расчета времени нагрева сидеритовой руды при фазовых превращениях // Известия вузов. Черная металлургия, 2011. № 3. С. 61–64.
4. Абзалов В. М., Юрьев Б. П. Влияние источников и стоков теплоты в слое окатышей на теплофизические характеристики материала и теплотехнические показатели процесса обжига // Известия вузов. Черная металлургия, 2002. № 12. С. 7–12.
5. Юрьев Б. П. Определение теплоемкости металлургического сырья по результатам измерения энтальпии // Известия вузов. Черная металлургия, 1998. № 12. С. 63–67.
6. Юрьев Б. П. Метод определения теплофизических свойств железорудных материалов // Известия вузов. Черная металлургия, 1996. № 10. С. 49–52.
7. Юрьев Б.П. Методика определения температуропроводности материалов в условиях нестационарной теплопроводности // Известия вузов. Черная металлургия, 2011. № 12. С. 26–28.
8. Адлер Ю. П., Маркова Е.В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1971. 284 с.
9. Шашков А. Г., Волохов Г. М., Абраменко Т. Н. и др. Методы определения теплопроводности и температуропроводности. М.: Энергия, 1973. 336 с.